



Pollution et régulation économique : essai de modélisation d'un marché de droits à polluer pour la maîtrise des émissions des ménages

Mekni Mohamed Mehdi

Université Montesquieu Bordeaux IV, GREThA UMR CNRS 5113

On appelle effet de serre anthropique la partie de l'effet de serre qui est due à l'activité humaine. En effet, l'ensemble des activités quotidiennes des ménages sont responsables à la fois directement et indirectement de l'augmentation de la teneur de plusieurs gaz à effet de serre (GES) et notamment du CO₂. L'accumulation de ces GES dans l'atmosphère induit un effet de serre additionnel et participe au réchauffement climatique.

Le quatrième rapport d'évaluation (2007) du GIEC¹, confirme entre autre que « *le climat est en train de changer, essentiellement en raison des activités humaines* ». Selon ce rapport, les émissions mondiales de GES imputables aux activités humaines sont passées de 28,7 Gt équivalent CO₂ par an en 1970 à 49 Gt équivalent CO₂ en 2004 (soit une hausse de 70%), et où plus de 55% de ces émissions anthropiques sont des émissions de CO₂ issues de la combustion des combustibles fossiles.

On appelle émissions directes de CO₂ des ménages, les émissions issues de la consommation d'énergies fossiles à la fois dans l'habitat (principalement pour le chauffage), et dans le transport (à travers l'usage du véhicule particulier). En effet « *l'énergie est tantôt un bien de consommation final, lorsqu'elle est consommée par les ménages désireux de se chauffer, de se déplacer, de s'éclairer, ou d'utiliser des équipements ménagers et, tantôt une consommation intermédiaire (...)* » (Jean pierre Hansen et Jacques Percebois²).

En France par exemple et d'après les services de l'observation et des statistiques, les émissions directes de CO₂ des ménages français métropolitains s'élevaient en 2005 à 130 Mt de CO₂, soit plus de 30 % des émissions de CO₂ comptabilisées. Plus récemment (mars 2011), une étude de l'observatoire du bilan carbone des ménages a démontré qu'en moyenne un individu génère environ 7388 kg CO₂ où 3972 kg CO₂ (respectivement 2258 kg CO₂) sont dues au transport (respectivement logement).

¹ Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat

² Ouvrage Energie : économie et politiques

Fawcett (2010) dresse un tableau qui montre le poids des émissions directes individuelles de carbone.

Émissions directes de carbone par habitant (EDC/h)

Pays	Année	EDC par an (tCO ₂ /an)
Danemark	2006	3-4
Irlande	2006	5,6
Royaume-Uni	2006	4,2
États-Unis	2006	8,5

Source : Tina Fawcett, 2010.

Il est clair que la consommation de carburant pour le transport et de l'énergie pour le chauffage domestique constituent « *un domaine de consommation à fort enjeux environnemental* ».

Dans ce contexte, et si la puissance publique ambitionne de réduire les niveaux de rejets de polluants et diviser par 4 les émissions de GES à l'horizon de 2050, alors elle doit nécessairement prendre en compte les émissions de l'ensemble des acteurs économiques et particulièrement ceux des ménages. En effet, les ménages en tant qu'acteurs du réchauffement climatique doivent participer à l'effort collectif de réduction des émissions de CO₂.

Pour Bernard Durand³ « *Ce sont pourtant les citoyens qui bien plus que les grandes organisations détiennent les clefs de l'avenir car s'ils prennent réellement conscience des problèmes qui vont très prochainement se poser et modifient leur comportement dans le sens d'une plus grande responsabilité personnelle, ils entraîneront une profonde modification de notre système productif et plus généralement de notre société* ».

Afin de réduire les émissions directes de CO₂ des ménages, les économistes ont développé des outils qui permettent en théorie d'atténuer ces émissions. Parmi ces instruments, on distingue principalement la taxe carbone et les marchés de permis d'émissions appliqués aux ménages.

Ces deux instruments cherchent à internaliser les coûts environnementaux liés à l'usage de l'énergie au quotidien par les ménages pour satisfaire leurs besoins de chauffage domestique et de transport.

La taxation des émissions qui reste une mesure très impopulaire et contestable, peut paraître comme une mesure inéquitable avec un potentiel d'effet anti-redistributifs du fait des disparités de l'effort énergétique entre ménage pauvre et ménage riche (Clerc et Marcus (2009)).

Ce constat appelle à la recherche de nouveaux mécanismes qui tout en étant justes et équitables permettront de réduire les émissions directes de CO₂ des ménages et d'amorcer un vrai changement des comportements individuels.

C'est dans ce cadre qu'à émerger l'idée d'étendre le mécanisme de marché de permis d'émission pour réguler les émissions directes de CO₂ des particuliers comme une alternative à la taxe (Desmettre, 2009).

Dans la suite de notre travail, on essayera d'abord de passer en revue les principales caractéristiques d'un marché de permis d'émissions de CO₂ appliqué aux ménages. Dans une seconde partie on tentera de développer un modèle où nous supposons que le régulateur

³ Ouvrage "énergie et environnement _ les risques et les enjeux d'une crise annoncée".

décide d'instaurer un plafond sur les émissions directes de CO₂, qui sont liées à la consommation de l'énergie fossile pour le chauffage domestique et l'usage de la voiture particulière.

I. L'émergence d'un marché de quotas d'émissions pour les ménages

Par le passé, les marchés de permis d'émissions se sont imposés comme un instrument efficace de lutte contre la pollution⁴. Ce recours à l'instrument marché de permis d'émissions s'explique par son efficacité à la fois sur le plan économique et environnemental. En effet, il permet de réduire les émissions au moindre coût pour la collectivité, tout en s'assurant, contrairement à la taxe, l'atteinte d'un objectif environnemental fixé *ex ante*. L'idée d'étendre le mécanisme de permis d'émissions afin de réguler les émissions directes de CO₂ des ménages a été décrite pour la première fois par D. Fleming (1996). Ce dernier a posé les principes d'un marché d'échange de permis d'émissions, le «*Tradeable Energy Quotas*», qui intègre les ménages. L'objectif de ce marché était de réduire les émissions de GES, à la fois des particuliers et des professionnels, issues de la combustion des carburants fossiles (Starkey et Anderson, 2005 ; Fleming, 2007 ; Prescott et Taylor 2008).

Même si l'idée d'appliquer les principes d'un marché de permis d'émissions aux ménages a été traité abondamment dans le cadre d'un marché de permis appliqué aux automobilistes pour réduire les émissions liées à l'usage de la voiture particulière (Raux et Marlot, 2001 et 2005 ; Watters et al, 2006 ; Niemeyer et Tisdelle, 2008 ; Harwatt et al, 2011), plusieurs travaux sur les modalités pratiques de la mise en place d'un système de plafonnement des émissions directes de CO₂ et d'échange de permis ont été mené principalement au Royaume-Uni⁵.

Les travaux du DEFRA (*Department for Environment Food and Rural Affairs*) et du comité d'audit environnemental de la chambre des communes (2008) ont conclu qu'un marché de permis d'émissions appliqué aux ménages présente le potentiel d'inciter les individus à prendre des vraies mesures afin de réduire leurs émissions et de lutter contre le changement climatique (pour plus de détail, voir l'étude de préféabilité de la mise en place d'un marché d'échange de quotas individuels d'émissions menée par le DEFRA (2008)). Même si cette étude pointe du doigt un différentiel de coût important par rapport à une approche *downstream*⁶, elle note néanmoins l'absence de difficultés techniques insurmontables⁷ (voir Parag et Eyre, 2010 pour une revue des principaux obstacles auxquels devraient faire face la mise en place un pareil marché).

De son côté, la RSA (*Royal Society for the encouragement of Arts, Manufactures and Commerce*) et les chercheurs du *Tyndall Centre for Climate Change Research* considèrent que le marché de permis d'émissions de CO₂ appliqué aux ménages présente de nombreux

⁴ On peut citer à titre d'exemple : le marché de permis d'émissions de SO₂ mis en place aux Etats-Unis dans le cadre du programme Acid Rain, le *Regional Greenhouse Gas Initiative* (RGGI) qu'est un marché qui regroupe les dix Etats du Nord-Est des Etats-Unis, et cherche à réduire les émissions de CO₂ des centrales électriques, l'*European Union Emissions Trading Scheme* mis en place par l'union européenne pour réduire ses émissions de CO₂ conformément à ses engagements dans le cadre du protocole de Kyoto.

⁵ En effet, c'est en Grande-Bretagne que les débats, sur l'application des mécanismes d'un marché de droits à polluer pour réduire les émissions directes de CO₂ des ménages, sont le plus avancés.

⁶ Les permis sont attribués aux producteurs et distributeurs d'énergie.

⁷ Des outils de mesure et de surveillance de la consommation domestique d'énergie qui permettent aussi de suivre l'évolution des émissions de CO₂ ont vu le jour. Ces outils permettent de convertir les données hebdomadaires de consommation de gaz et d'électricité en consommation carbone et d'afficher un score carbone par ménage.

avantages par rapport à une approche traditionnelle de taxation des émissions puisqu'il est potentiellement plus efficace, plus équitable et plus incitatif pour les individus.

En effet, l'instauration d'un marché de permis d'émission de CO₂ appliqué aux ménages offre le potentiel d'infléchir les comportements individuels vers des modes de consommation économe en énergie et sobre en émission de CO₂. Parag (2008) propose un schéma qui permet de voir comment ce marché permet de réduire les émissions directes de CO₂ des ménages à travers une baisse de la demande d'énergie (voir annexe).

A. Le fonctionnement théorique d'un marché de quotas d'émissions de CO₂ appliqué aux ménages

Le marché de permis d'émissions de carbone appliqué aux ménages fonctionne comme un régime *cap and trade*. D'abord, l'autorité fixe un plafond d'émission qu'elle répartira entre l'ensemble des ménages. Chaque ménage se verra accorder gratuitement⁸ une allocation initiale de permis d'émission qui constituera son budget carbone⁹. Cette allocation annuelle d'émettre du CO₂ (ou d'équivalent CO₂), sera matérialisé par une carte de paiement carbone qu'on appelle parfois dans le jargon « carte carbone ». (Pour plus de détail sur les principaux programmes de « carte carbone » pour les particuliers à la fois aux Etats-Unis et en Europe, voir Rousseaux (2009)). Cette carte de paiement carbone sera fractionnée en unités carbone, où chaque unité donne le droit à son détenteur le droit d'émettre une quantité bien déterminée de CO₂. Et où le nombre de permis qui sera débité électroniquement sur la « carte carbone » au moment de certains achats dépendra de leurs teneurs en carbone.

Même si l'usage d'une carte de paiement carbone est recommandé (pour des raisons d'économie de coûts), cela risquerait de poser un certain nombre de question relative à la protection de la vie privée. En effet, la mise en place d'un marché de permis d'émissions de CO₂ appliqué aux ménages nécessite le développement d'une plate-forme qui assurera le suivi et l'enregistrement des mouvements de débits et de crédits de permis sur le compte de chacun. Cette comptabilité informatique risque de soulever un certain de nombre de questions qui ont lien avec la protection de la vie privée. Foucher et al (2011) analyse les enjeux juridique de la mise en place d'un marché de permis individuels d'émission de CO₂ et plus précisément celles relatifs à la protection des données personnelles. Progressivement, l'autorité va diminuer le plafond d'émission et les allocations individuelles des ménages afin de pouvoir atteindre son objectif en termes de réduction des émissions. Le but étant de garantir des économies de carbone au cours des années à venir jusqu'à ce qu'un niveau d'émission durable soit atteint. Par ailleurs, cette démarche permettra *in fine* de respecter l'objectif de limitation de la hausse de la température moyenne de la planète à 2°C. A ce stade, il reste une question en suspens celle du critère d'équité sous-jacent à l'attribution de la dotation initiale de permis d'émettre aux ménages.

B. Le choix du critère d'équité de l'allocation de permis d'émission

Le choix du critère d'équité de l'allocation initiale des droits individuels constitue une question centrale inhérente à la mise en place d'un marché de permis d'émissions. Pour

⁸ L'attribution gratuite des permis d'émissions est souvent suggérée car elle est de nature à consolider l'acceptabilité de l'outil (trouver des références). Watters et al (2006), montrent que l'attribution gratuite de quantité égale de quotas individuels d'émission est considérée comme un facteur qui consolide l'équité du marché d'échange de permis individuels d'émissions

⁹ Le processus de budgétisation permettra d'étudier l'impact de la contrainte carbone sur le comportement du ménage.

Brahic et Salles (2010)¹⁰, la difficulté du choix du critère a un lien direct avec la nature du bien en question, i.e. les permis d'émissions, qui constituent un bien « *rare, divisible et homogène* ». Jagers et al (2010) montrent que plus le dispositif, de marché de permis d'émissions appliqué aux ménages, proposé est équitable ou perçu comme étant équitable, plus il est susceptible d'être soutenu par la population.

L'équité de l'allocation initiale des permis individuels d'émissions de CO₂ doit refléter une équité dans la distribution des coûts et des bénéfices entre les ménages (Starkey, 2008). Cette question de l'équité sera traitée plus en détail dans des travaux futurs.

II. Le modèle

On se place dans un cadre hypothétique d'une économie composée de m agents ménage, et où chaque ménages i consomme chacun 3 biens :

- Le bien x est la consommation d'énergie, en tant que bien de consommation final, par le ménage pour ses besoins de chauffage domestique.
- Le bien y représente la consommation de carburant, par le ménage pour ses déplacements.

On suppose que la consommation de x et y par le ménage rejette du CO₂.

- Et un autre bien z qu'on suppose non émetteur.

Le $i^{\text{ème}}$ ménage possède une fonction d'utilité de la forme $U = u(x, y, z)$ qui représente ses préférences¹¹.

On suppose que les bénéfices retirés d'une unité de chauffage supplémentaire devrait diminuer au fur et à mesure que la température ambiante au sein de la maison ou de l'appartement augmente. D'où la dérivée de la fonction d'utilité par rapport à x , $\frac{\partial U}{\partial x}$, est positive mais décroît avec x . Ainsi $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ est négative, résultat de la loi de l'utilité marginale décroissante.

De même, on suppose que qu'au bout d'un certain nombre d'heure de conduite le plaisir retiré de la conduite décroît. Ce qui signifie que $\frac{\partial U}{\partial y} > 0$ et $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} < 0$

On suppose aussi pour le bien z que $\frac{\partial U}{\partial z} > 0$, $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} < 0$.

D'après le théorème de Young, on a $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x}$ et $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y}$

On doit donc savoir le signe des dérivées $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ et $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$.

¹⁰ Ils distinguent entre un système dit « système pur » (respectivement « système hybride ») où l'allocation initiale de permis repose sur un seul critère d'équité (respectivement combinent deux critères d'équités).

¹¹ On suppose que le ménage est capable de faire des choix communs qui lui permettent de maximiser son utilité.

On peut donc distinguer différentes situations selon que les biens sont complémentaires $U_{x_i x_j} > 0$, substituables $U_{x_i x_j} < 0$ ou indépendants $U_{x_i x_j} = 0$.

On suppose que $U_{xz} < 0$, $U_{yz} < 0$, et $U_{xy} \geq 0$.

Cela signifie que le bien z en étant un bien non polluant constitue un bien substituable à la fois pour x et y . On peut penser ici aux transports en commun qui sont un substitut à l'usage de la voiture.

De même on suppose que le bien x et y peuvent être soit complémentaires, soit indépendants. On peut bien imaginer qu'un ménage ait besoin à la fois de consommer du chauffage et du carburant pour assurer ses déplacements.

Le ménage i dispose d'un revenu R qu'il consacre à l'achat des biens à la fois émetteur de CO_2 et non émetteur.

On calculera d'abord, l'équilibre du ménage où il maximise son utilité sous sa contrainte budgétaire. On introduira plus tard une seconde contrainte, qu'on appellera contrainte carbone. Cette nouvelle contrainte plafonnera les émissions directes de CO_2 du ménage.

Equilibre sans contrainte carbone sur les émissions directes de CO_2 du ménage

Le problème du ménage s'écrit :

$$\begin{cases} \text{Max} U = u(x, y, z) \\ S / c \\ xp_x + yp_y + zp_z = R \end{cases} \quad \text{programme } P_1$$

Avec p_x (respectivement p_y, p_z) prix du bien x (respectivement y, z).

La contrainte budgétaire étant linéaire, par conséquent la condition de qualification de la contrainte est vérifiée.

Le lagrangien du programme de maximisation du ménage s'écrit :

$$L(x, y, z, \lambda) = u(x, y, z) - \rho(xp_x + yp_y + zp_z - R)$$

Les quantités optimales des biens (x^*, y^*, z^*) et le multiplicateur λ^* qui maximise l'utilité du ménage sont la solution du problème P_1 et doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow U_x - \rho p_x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow U_y - \rho p_y = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow U_z - \rho p_z = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \rho} = 0 \Leftrightarrow -(xp_x + yp_y + zp_z - R) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_x = \rho p_x \\ U_y = \rho p_y \\ U_z = \rho p_z \\ R = xp_x + yp_y + zp_z \end{cases}$$

où U_x (respectivement U_y, U_z) est l'utilité marginale du bien x (respectivement y, z) et elle mesure l'utilité supplémentaire due à une augmentation de la quantité consommée du bien x (respectivement y, z). Ces utilités marginales étant positives. Les prix p_x, p_y et p_z des biens x, y et z sont aussi positifs. Alors le multiplicateur ρ est aussi positif à l'optimum.

On retrouve les résultats traditionnels où à l'équilibre, le ménage égalise son rapport d'utilité marginale au rapport des prix.

La question qui se pose maintenant est celle de savoir comment les ménages vont réagir pour maximiser leurs utilités lorsque le régulateur décide de réduire les émissions directes de CO₂ des ménages en plafonnant la quantité totale de CO₂ qu'ils peuvent émettre.

Contrainte carbone sur les émissions directes de CO₂ et comportement du ménage

Le plafonnement des émissions directes de CO₂ des ménages revient à mettre en place une forme de rationnement¹². Cela est dû à l'équivalence entre consommation énergétique du ménage et quantité de CO₂ émise. Le régulateur fournira au début de l'année¹³ à chaque ménage une dotation initiale de permis¹⁴ d'émissions sous la forme d'une carte de paiement carbone, que le ménage utilisera pour couvrir ses émissions.

Le ménage remettra au moment de ses achats des bien soumis à la réglementation, en plus du prix du bien un certain nombre de permis d'émission pour couvrir les émissions de CO₂ qui seront rejetées suite à la consommation du bien par le ménage.

Cela peut être interpréter par le fait que le ménage devra payer deux prix au moment où il effectue ses achats, un prix monétaire qui traduit le coût monétaire du bien et un prix carbone qui traduit le coût environnemental qui résulte de la consommation du bien. La situation est telle que le carbone devient une nouvelle monnaie.

On pose e_x (respectivement e_y) le coefficient d'émission du bien x (y), c'est-à-dire le nombre de kg de CO₂ rejeté (émis) suite à la consommation par le ménage d'une unité de bien x (respectivement y). e_x (respectivement e_y) définit de façon implicite le nombre de permis à remettre pour avoir une unité du bien x (respectivement y)

La contrainte carbone du ménage s'écrit : $xe_x + ye_y = \bar{e}$

Où \bar{e} est sa dotation initiale en permis

xe_x : traduit les émissions directes du chauffage domestique.

ye_y : traduit les émissions directes liées à l'usage de la voiture particulière.

Niveau de la contrainte carbone et consommation des biens soumis à la réglementation

L'imposition de cette nouvelle contrainte carbone sur les émissions directes de CO₂ des ménages transforme notre problème en un problème de maximisation sous deux contraintes : une contrainte budgétaire et une contrainte carbone¹⁵.

¹² Une première expérience de rationnement des émissions a été menée par les Carbon Rationing Action Groups (voir Szunba et Smal (2010) pour une analyse des engagements des membres des CRAG et Howell de l'Energy Research Centre pour une analyse détaillée de cette expérience). Même s'il est très difficile de tirer des enseignements de cette première expérience vu que la participation s'est restreinte aux seuls membres des groupes, Szunba et Smal (2010), conclue que l'expérience de rationnement menée par les CRAG tend à démontrer qu'au-delà d'un seuil, réduire ses émissions individuelles de GES nécessite « une profonde remise en cause des normes de consommation dominantes ».

¹³ On peut envisager que le gouvernement offre au début du premier mois de la première période de conformité à chaque ménage le 1/12 de sa dotation annuelle de permis, observe le comportement des ménages et ajustera son offre de permis pour les mois qui restent afin de barrer toutes formes de pénurie éventuelle.

¹⁴ Le permis peut être utilisé pour couvrir les émissions de CO₂ issue de l'usage du chauffage domestique ou de la voiture particulière.

¹⁵ Remarque : lorsque le régulateur alloue à chaque ménage une quantité de permis $\bar{e} > x^*e_x + y^*e_y$ (x^* et y^* étant les quantités de biens choisit par le ménage à l'équilibre en absence d'une contrainte carbone) alors la contrainte carbone ne sera pas contraignante et comme étant inefficace pour amener les ménages à modifier leurs comportements et à réduire leurs émissions de CO₂. Toutes chose égale par ailleurs, c'est-à-dire que les prix des biens et le revenu du ménage restent constant.

On suppose que chaque ménage utilise la totalité de sa dotation initiale en permis d'émissions pour couvrir ses rejets de CO₂ liées à sa consommation d'énergie fossile à la fois pour le chauffage domestique et pour son déplacement en voiture particulière.

Le problème s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} U = u(x, y, z) \\ S / c \\ xp_x + yp_y + zp_z = R \\ \Rightarrow \text{définit la contrainte budgétaire} \\ xe_x + ye_y = \bar{e} \\ \Rightarrow \text{définit la contrainte carbone} \end{array} \right. \quad \text{programme } P_2$$

On pose λ (respectivement μ) le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire (respectivement carbone).

Les deux contraintes (budgétaire et carbone) étant linéaire, alors la condition de qualification des contraintes est vérifiée et le lagrangien du problème P_2 s'écrit :

$$L(x, y, z, \lambda, \mu) = u(x, y, z) - \lambda(xp_x + yp_y + zp_z - R) - \mu(xe_x + ye_y - \bar{e})$$

Résolution du problème

Lorsque le ménage maximise son utilité, alors les quantités optimales (x_c^*, y_c^*, z_c^*) , où l'indice "c" désigne la situation avec contrainte environnementale, est une solution du programme de maximisation du ménage, et il existe un couple (λ^*, μ^*) tel que (x_c^*, y_c^*, z_c^*) vérifie les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow U_x - \lambda p_x - \mu e_x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow U_y - \lambda p_y - \mu e_y = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Rightarrow U_z - \lambda p_z = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow -(xp_x + yp_y + zp_z - R) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow -(xe_x + ye_y - \bar{e}) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = U_x - \lambda p_x - \mu e_x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = U_y - \lambda p_y - \mu e_y = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial z} = U_z - \lambda p_z = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = xp_x + yp_y + zp_z = R \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} = xe_x + ye_y = \bar{e} \end{array} \right.$$

Mathématiquement on cherche à résoudre le système des conditions de premier ordre composé de cinq équations, pour (x, y, z, λ, μ) en termes de $(p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e})$.

Sachant que la matrice sur laquelle porte les conditions de second ordre du problème de maximisation de l'utilité du ménage sous une double contrainte (budgétaire et carbone) est donnée par la matrice hessienne bordée¹⁶ qu'on note H :

¹⁶ Elle correspond à la matrice des dérivées partielles secondes de la fonction d'utilité du ménage bordée par les dérivées partielles premières à la fois de la contrainte budgétaire et de la contrainte carbone.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -p_x & -p_y & -p_z \\ 0 & 0 & -e_x & -e_y & 0 \\ -p_x & -e_x & U_{xx} & U_{xy} & U_{xz} \\ -p_y & -e_y & U_{yx} & U_{yy} & U_{yz} \\ -p_z & 0 & U_{zx} & U_{zy} & U_{zz} \end{bmatrix}$$

Pour que $(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*)$ soit une solution au système d'équation des conditions de premier ordre, il faut que le déterminant de la matrice H soit positif au point $(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*)$.

Supposons que la condition de second ordre est vérifiée, par conséquent le déterminant de H est différent de zéro.

On suppose que la matrice H est non singulière et qu'à partir du système des conditions de premier ordre on sait que le nombre d'inconnu (x, y, z, λ, μ) est égal au nombre d'équations, alors on peut faire appel au théorème des fonctions implicites afin de pouvoir déterminer les propriétés de statique comparative de notre problème. C'est-à-dire comment des variations des variables exogènes $(p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e})$ modifient les valeurs prises à l'optimum par les variables endogènes (x, y, z, λ, μ) . Pour cela on devra calculer les dérivées de x (respectivement y, z, λ, μ) par rapport à $p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}$.

Statique comparative

Les conditions d'ordre un correspondant au programme de maximisation du ménage sous une double contrainte peuvent être réécrites sous la forme d'un système d'équation implicite

$$\begin{cases} G_1 = G_1(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*, p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}) = 0 \\ G_2 = G_2(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*, p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}) = 0 \\ G_3 = G_3(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*, p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}) = 0, \\ G_4 = G_4(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*, p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}) = 0 \\ G_5 = G_5(x_c^*, y_c^*, z_c^*, \lambda^*, \mu^*, p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}) = 0 \end{cases}$$

. En effet ce système vérifie la définition des fonctions implicite puisque le nombre de variables endogène (x, y, z, λ, μ) est égal au nombre d'équation et que H est une matrice non singulière.

Donc une solution du vecteur $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = G(p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e})$ existe

La matrice jacobienne de G qu'on note J_G est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial p_x} & \frac{\partial x}{\partial p_y} & \frac{\partial x}{\partial p_z} & \frac{\partial x}{\partial e_x} & \frac{\partial x}{\partial e_y} & \frac{\partial x}{\partial R} & \frac{\partial x}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial y}{\partial p_x} & \frac{\partial y}{\partial p_y} & \frac{\partial y}{\partial p_z} & \frac{\partial y}{\partial e_x} & \frac{\partial y}{\partial e_y} & \frac{\partial y}{\partial R} & \frac{\partial y}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial z}{\partial p_x} & \frac{\partial z}{\partial p_y} & \frac{\partial z}{\partial p_z} & \frac{\partial z}{\partial e_x} & \frac{\partial z}{\partial e_y} & \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{\partial z}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial p_x} & \frac{\partial \lambda}{\partial p_y} & \frac{\partial \lambda}{\partial p_z} & \frac{\partial \lambda}{\partial e_x} & \frac{\partial \lambda}{\partial e_y} & \frac{\partial \lambda}{\partial R} & \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial \mu}{\partial p_x} & \frac{\partial \mu}{\partial p_y} & \frac{\partial \mu}{\partial p_z} & \frac{\partial \mu}{\partial e_x} & \frac{\partial \mu}{\partial e_y} & \frac{\partial \mu}{\partial R} & \frac{\partial \mu}{\partial \bar{e}} \end{bmatrix} = -H^{-1} \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & -y & -z & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x & -y & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Où la matrice $\begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & -y & -z & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x & -y & 0 & 1 \end{bmatrix}$ est obtenu par la différentiation du côté

gauche des égalités des conditions de premier ordre du programme P_2 successivement par rapport à $p_x, p_y, p_z, e_x, e_y, R, \bar{e}$.

On pose $H^{-1} = \frac{1}{\det H} C^T$ ou encore $H^{-1} = \frac{1}{\det H} \text{adj } H$

Où C est la matrice des cofacteurs et T désigne sa transposée (la matrice adjointe de H est définie comme la transposée de la matrice des cofacteurs de H).

Notons C_{ij} le (i, j) -ième cofacteur de H , c'est-à-dire, $(-1)^{i+j}$ fois le déterminant de la sous matrice obtenue en supprimant la ligne i et la colonne j de H .

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial p_x} & \frac{\partial x}{\partial p_y} & \frac{\partial x}{\partial p_z} & \frac{\partial x}{\partial e_x} & \frac{\partial x}{\partial e_y} & \frac{\partial x}{\partial R} & \frac{\partial x}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial y}{\partial p_x} & \frac{\partial y}{\partial p_y} & \frac{\partial y}{\partial p_z} & \frac{\partial y}{\partial e_x} & \frac{\partial y}{\partial e_y} & \frac{\partial y}{\partial R} & \frac{\partial y}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial z}{\partial p_x} & \frac{\partial z}{\partial p_y} & \frac{\partial z}{\partial p_z} & \frac{\partial z}{\partial e_x} & \frac{\partial z}{\partial e_y} & \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{\partial z}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial p_x} & \frac{\partial \lambda}{\partial p_y} & \frac{\partial \lambda}{\partial p_z} & \frac{\partial \lambda}{\partial e_x} & \frac{\partial \lambda}{\partial e_y} & \frac{\partial \lambda}{\partial R} & \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial \mu}{\partial p_x} & \frac{\partial \mu}{\partial p_y} & \frac{\partial \mu}{\partial p_z} & \frac{\partial \mu}{\partial e_x} & \frac{\partial \mu}{\partial e_y} & \frac{\partial \mu}{\partial R} & \frac{\partial \mu}{\partial \bar{e}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\det H} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & C_{41} & C_{51} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} & C_{42} & C_{52} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{43} & C_{53} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{54} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & -y & -z & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x & -y & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Donc}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial p_x} & \frac{\partial x}{\partial p_y} & \frac{\partial x}{\partial p_z} & \frac{\partial x}{\partial e_x} & \frac{\partial x}{\partial e_y} & \frac{\partial x}{\partial R} & \frac{\partial x}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial y}{\partial p_x} & \frac{\partial y}{\partial p_y} & \frac{\partial y}{\partial p_z} & \frac{\partial y}{\partial e_x} & \frac{\partial y}{\partial e_y} & \frac{\partial y}{\partial R} & \frac{\partial y}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial z}{\partial p_x} & \frac{\partial z}{\partial p_y} & \frac{\partial z}{\partial p_z} & \frac{\partial z}{\partial e_x} & \frac{\partial z}{\partial e_y} & \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{\partial z}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial p_x} & \frac{\partial \lambda}{\partial p_y} & \frac{\partial \lambda}{\partial p_z} & \frac{\partial \lambda}{\partial e_x} & \frac{\partial \lambda}{\partial e_y} & \frac{\partial \lambda}{\partial R} & \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{e}} \\ \frac{\partial \mu}{\partial p_x} & \frac{\partial \mu}{\partial p_y} & \frac{\partial \mu}{\partial p_z} & \frac{\partial \mu}{\partial e_x} & \frac{\partial \mu}{\partial e_y} & \frac{\partial \mu}{\partial R} & \frac{\partial \mu}{\partial \bar{e}} \end{bmatrix} =$$

$$-\frac{1}{\det H} \begin{bmatrix} -xC_{41} - \lambda C_{11} & -yC_{41} - \lambda C_{21} & -zC_{41} - \lambda C_{31} & -xC_{51} - \mu C_{11} & -yC_{51} - \mu C_{21} & C_{41} & C_{51} \\ -xC_{42} - \lambda C_{12} & -yC_{42} - \lambda C_{22} & -zC_{42} - \lambda C_{32} & -xC_{52} - \mu C_{12} & -yC_{52} - \mu C_{22} & C_{42} & C_{52} \\ -xC_{43} - \lambda C_{13} & -yC_{43} - \lambda C_{23} & -zC_{43} - \lambda C_{33} & -xC_{53} - \mu C_{13} & -yC_{53} - \mu C_{23} & C_{43} & C_{53} \\ -xC_{44} - \lambda C_{14} & -yC_{44} - \lambda C_{24} & -zC_{44} - \lambda C_{34} & -xC_{54} - \mu C_{14} & -yC_{54} - \mu C_{24} & C_{44} & C_{54} \\ -xC_4 - \lambda C_1 & -yC_{45} - \lambda C_{25} & -zC_{45} - \lambda C_{35} & -xC_{55} - \mu C_{15} & -yC_{55} - \mu C_{25} & C_{45} & C_{55} \end{bmatrix}$$

Ce qui nous intéresse c'est de voir comment la consommation d'énergie domestique et de carburant fossiles réagi à un resserrement de la contrainte d'émission.

Tout en se basant sur nos hypothèses faites au départ, on peut calculer $\partial x/\partial \bar{e}$, $\partial y/\partial \bar{e}$, et $\partial z/\partial \bar{e}$

$$\partial x/\partial \bar{e} = -\frac{1}{\det H} [C_{51}] < 0,$$

Ce qui est logique. Si le ménage dispose de moins de permis pour couvrir ses émissions, il ne pourra pas émettre autant qu'il le faisait avant.

Où $C_{51} = (-1)^6 M_{51}$ et M_{51} est le appelé mineur de H obtenu en supprimant la ligne 5 et la colonne une de la matrice H.

$$\partial y/\partial \bar{e} = -1/\det H [C_{52}] < 0.$$

Le ménage consomme moins du bien y lorsqu'il dispose de moins de permis d'émissions pour couvrir en monnaie carbone ses achats de carburant fossile.

$$\partial z/\partial \bar{e} = -1/\det H [C_{53}] = -1/\det H (e_x p_y - e_y p_x)$$

Le signe de la dérivé dépend du signe de $(e_x p_y - e_y p_x)$. on suppose que $(e_x p_y - e_y p_x)$ est négative car le bien z étant un bien propre dont la consommation ne rejette pas du CO₂. Si la contrainte carbone se resserre on le ménage doit compenser sa baisse de la consommation des biens émetteurs par la consommation de biens propre.

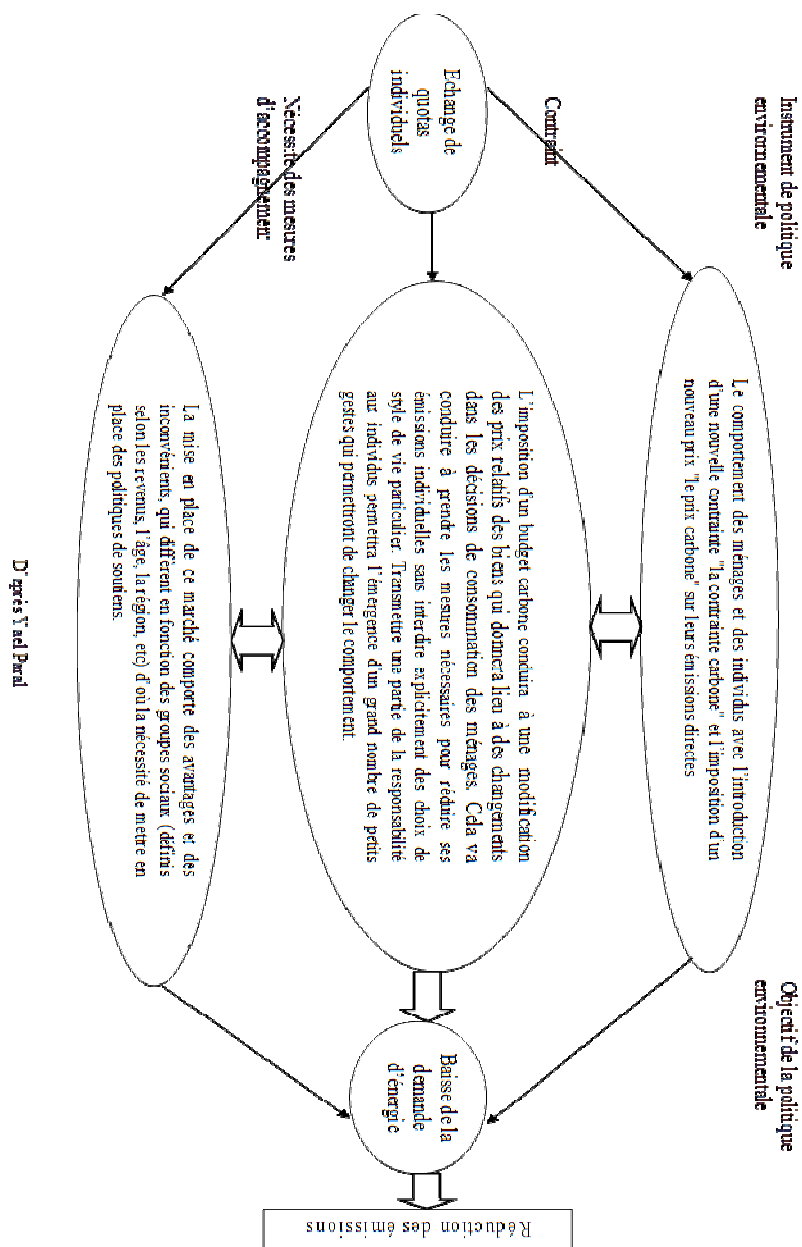
Conclusion

Clerc et Marcus (2009) en distinguant entre la consommation d'énergie domestique et la consommation de carburant pour les déplacements, montrent que les élasticités-prix moyennes de la demande sont significatives (à court (-0,2) et à long terme (-0,4))¹⁷ pour le carburant automobile. En revanche pour l'énergie domestique les résultats montrent que la consommation d'énergie est peu sensible à son prix relatif. Toutefois, leur analyse

¹⁷ L'élasticité prix de la demande mesure la sensibilité de la quantité demandée d'un bien, ici la demande de carburant, aux variations de son prix, toutes choses égales par ailleurs. Ces résultats signifient qu'à court terme (respectivement long terme) la demande de carburant pour le déplacement baissera de 0,2 % (respectivement 0,4 %) si le prix du carburant augmente de 1 %.

microéconomique démontre que « les ménages qui utilisent leur propre véhicule pour le déplacement domicile travail étaient moins sensibles à une hausse des prix des carburants que les ménages ne l'utilisant pas à cet effet ». Or, selon Longuat et al (2010), la mobilité locale représente en 2008 plus de 90 % du nombre de déplacement et concentre plus de 70 % des émissions de CO₂ de la mobilité.

Un système qui plafonne les émissions directes de CO₂, on est la certitude qu'un niveau de pollution seuil ne sera pas transgressé contrairement à une taxation des émissions.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANKER NILSSEN P., (2003), Household energy use and the environment - a conflicting issue, *Applied Energy*, 76, p. 189-196.
- BAXLEY J. V., MOORHOUSE J. C. (1984), Lagrange multiplier problems in economics, *The American Mathematical Monthly*, Vol 91, n° 7, p. 404-412.
- BIN S., DOWLATABADI H. (2005), Consumer lifestyle approach to US energy use and the related CO 2 emissions, *Energy Policy*, 33, p. 197-208.
- BIRD J., LOCKWOOD M. (2009), The prospects for personal carbon trading, The Institute for Public Policy Research.
- BOARDMAN B., (2004), New directions for household energy efficiency: evidence from the UK, *Energy Policy*, 32, p. 1921-1933.
- BRAHIC E., SALLES J-M. (2010), Allocation initiale et marche des permis négociables d'émission de gaz a effet de serre : quelle équité pour favoriser l'acceptabilité ?, *VertigO – La revue en sciences de l'environnement*, vol 10, n° 1, p 1-19.
- BRISTOW A. L. et al., (2010), "Public acceptability of personal carbon trading and carbon tax", *Ecological Economics*, 69, p 1824-1837.
- BROHE A., (2010), "Personal Carbon Trading in the Context of the EU Emission Trading Scheme", *Climate policy*, Vol 10, n° 4, p 462-476.
- CENTRE COURNOT POUR LA RECHERCHE EN ECONOMIE CONFERENCE COURBEVOIE (2008), *Changement de climat, changement d'économie ?*, Albin Michel.
- CLERC M., MARCUS M. (2009), Élasticités-prix des consommations énergétiques des ménages, Document de travail de la Direction des Études et Synthèses Économiques (Insee), 25 p.
- COHEN M. J., (2009), Is the UK preparing for "War"? Military metaphors, personal carbon allowances, and consumption rationing in historical perspective, *Climate change*, p 199-222.
- COMMISSARIAT GENERAL AU DEVELOPPEMENT DURABLE (2010), CO2 et activités économiques de la France, tendance 1990-2007 et facteurs d'évolution, 52 p.
- COMMISSARIAT GENERAL AU DEVELOPPEMENT DURABLE (2011), Consommation des ménages et environnement, 56 p.
- DEPARTMENT FOR ENVIRONMENT FOOD AND RURAL AFFAIRS (2006), A rough guide to individual carbon trading, 41p.
- DEPARTMENT FOR ENVIRONMENT FOOD AND RURAL AFFAIRS (2008), Synthesis report on the findings from Defra's pre-feasibility study into personal carbon trading.
- DESMETTRE S. (2009), La carte carbone : une alternative à la taxe ?, *Regards croisés sur l'économie*, n° 6, p. 145-148.
- DURAND B. (2007), Energie et environnement : les risques et les enjeux d'une crise annoncée, *EDP sciences*.
- FABRICE L., LESIEUR C., PASQUIER J-L., Les émissions de CO2 du circuit économique en France.
- FAWCETT T., (2010), "Personal carbon trading in different national contexts", *climate policy*, 10, p. 339-352.
- FAWCETT T., BOTTRILL C., BOARDMAN B., LYE G. (2007), Trialling personal carbon allowances.
- FAWCETT T., PARAG Y. (2010), "An introduction to personal carbon trading", *Climate policy*, 10, p. 329-338.
- FICHE IFEN n° 115, 2006, Les ménages acteurs des émissions de gaz à effet de serre.
- FINAL REPORT TO THE DEPARTMENT FOR ENVIRONMENT FOOD AND RURAL AFFAIRS (2008), An assessment of the potential effectiveness and strategic fit of personal carbon trading.
- FLEMING D. (2007), energy and the common purpose: Descending the Energy Staircase with Tradable Energy Quotas (TEQs).
- FOUCHER K., OCHOA N., ROUSSEAU S. (2011), « Enjeux juridiques du contrôle des émissions personnelles de gaz à effet de serre par un dispositif de carte carbone », *Développement durable et territoires*, vol 2, n° 1, p 1-14.
- GERMAIN M. (2004), Comparaison des propriétés des taxes et des permis négociables. Revue de la littérature. Note rédigée dans le cadre du projet CLIMNEG II. 15p.
- GODARD O. (1998), les permis d'émissions négociables et la lutte contre la pollution, séminaire économie de l'environnement du commissariat général du plan, 61 p.
- HANSEN J P., PERCEBOIS J. (2010), *Energie : économie et politiques*, De Boeck.
- HARWATT H., TIGHT M., BRISTOW A. L., GUHNEMANN A. (2011), Personal Carbon Trading and fuel price increases in the transport sector: an exploratory study of public response in the UK, *European Transport*, n° 47, p 47-70.
- HARWATT H., reducing carbon emissions from personal road transport through the application of a tradable carbon permit scheme: empirical findings and policy implications from the UK.

- HEISKANEN E., et al. (2010), "Low-carbon communities as a context for individual behavioural change", *Energy Policy*, 38, p 7586–7595.
- HOWARD D. H. (1977), "Rationing, Quantity Constraints, and Consumption Theory", *Econometrica*, vol. 45, n° 2, p 399-412.
- HOWELL R. The Experience of Carbon Rationing Action Groups: Implications for a Personal Carbon Allowances Policy, UK Energy Research Center, 38 p.
- HYAMS K. (2009), "A Just Response to Climate Change: Personal Carbon Allowances and the Normal-Functioning Approach", *Journal of social philosophy*, vol. 40, n° 2, p. 237–256.
- JAGERS S. C., et al. (2010), "Attitudes to personal carbon allowances: political trust, fairness and ideology", *Climate policy*, 10, p. 410–431.
- KEMPENER R. (2009), Simulating Personal Carbon Trading: An Agent-Based Model, SPRU Electronic Working Paper Series, Paper n° 177.
- KENNY T., GRAY N. F. (2009), A preliminary survey of household and personal carbon dioxide emissions in Ireland, *environment international*, 35, p. 259-272.
- KERR A., BATTYE W. (2008), Personal Carbon Trading: Economic efficiency and interaction with other policies.
- NEARY J. P., ROBERTS K. W. S. (1980), "The theory of household behaviour under rationing", *European Economic Review*, 13, p. 25-42.
- NIEMEIER D. et al. (2008), "Rethinking downstream regulation: California's opportunity to engage households in reducing greenhouse gases", *Energy Policy*, 36, p. 3436– 3447.
- NIEMEYER S. J., TISDELL J. G. (1998), "consumer-based carbon reduction incentives: A proposed mixed incentive scheme for reducing CO2 emissions from transport", *Economic analysis and policy*, vol 28, n°1, p. 53-67.
- PARAG Y., "Cross Policy Learning: Drawing Lessons for Personal Carbon Trading (PCT) Policy from Food Labelling Schemes, Association for Public Policy Analysis & Management conference", 8 p.
- PARAG Y., STRICKLAND (2011), "Personal Carbon Trading: A Radical Policy Option for Reducing Emissions from the Domestic Sector, Environment", *Science and Policy for Sustainable Development*, vol 53, n° 1, p. 29-37.
- PARAG Y., EYRE N. (2010), "Barriers to personal carbon trading in the policy arena", *Climate policy*, 10, p. 353–368.
- PATERSON M., STRIPPLE J. (2007), My Space: Governing individuals through the carbon market, 4ème conférence générale du European Consortium for Political Research à Pisa, Italie.
- PRESCOTT M., TAYLOR M. (2008), "Every Citizen a Carbon Trader?", *World policy journal*, p. 19-28.
- QUADRELLI R., PETERSON S. (2007), "The energy-climate challenge: Recent trends in CO2 emissions from fuel combustion", *Energy Policy*, 35, p. 5938–5952.
- RAUX C., MARLOT G. (2005), "A system of tradable CO 2 permits applied to fuel consumption by motorists", *Transport policy*, 12, p. 255-265.
- RAUX C., MARLOT G., (2001), Transport et effet de serre : un système de permis négociables appliqué aux automobilistes, *Transports*, n°407, p. 157-164.
- ROUSSEAU S. (2009), Etat des lieux international des programmes de carte « carbone » pour les particuliers (Europe, Etats-Unis), Etude réalisée pour le compte de l'Agence de l'Environnement et de la Maitrise de l'Energie.
- SCHWARTZ S. (2009), « Comment distribuer les quotas de pollution ? Une revue de la littérature », *Revue d'économie politique*, vol 119, p. 535-568.
- SEYFANG G., (2007) Personal Carbon Trading: Lessons from Complementary Currencies, *working Paper*.
- SIMON C. P., BLUME L., (1998), Mathématiques pour économistes, De Boeck université. Ou mettre les auteurs français qui ont traduit le bouquin : Dufrenot G, Ferrier O, Paul M, Pirotte A, Planes B, Seris.
- STARKEY R. (2008), Allocating emissions rights: Are equal shares, fair shares?, Tyndall Centre for Climate Change Research, Working Paper, n° 118, 83 p.
- STARKEYS R., ANDERSON K. (2005), Domestic Tradable Quotas: A policy instrument for reducing greenhouse gas emissions from energy use.
- SZUBA M., SEMAL L. (2010), « Rationnement volontaire contre « abondance dévastatrice » : l'exemple des CRAGs, *Sociologies Pratiques*, n° 20, p 89-95.
- UK ENERGY RESEARCH CENTRE (2006), Personal Carbon Trading: An exploratory research & policy workshop.
- WATTERS H., TIGHT M., BRISTOW A. (2006), the relative acceptability of tradable carbon permits and fuel price increases as means to reduce CO2 emissions from road transport.
- WEBER C. E. (1998), "A note on Lagrange multipliers with several binding constraints", *Economics Letters*, vol 59, Issue 1, p. 71-75.