Le partage des coûts de la lutte contre la pollution d'une rivière. Quelles institutions pour quelles politiques ?

Ronan Congar*, Jonathan Masson†

Université d'Ottawa, CARE, Université de Rouen, Université du Havre

La pollution d'une rivière par les rejets d'effluents de plusieurs juridictions situées le long de cette rivière peut s'analyser en termes économiques comme un problème d'externalités unilatérales de pollution (Rogers, 1997). La coordination de la réduction des rejets d'effluents des différentes juridictions requiert alors l'intervention d'une autorité publique (*i.e.*, une agence de l'eau) pour que l'allocation des efforts de lutte contre la pollution de la rivière qui en résulte soit optimale. Cependant, dans l'élaboration de leurs politiques d'intervention en matière de lutte contre la pollution des rivières, les agences publiques sont confrontées à des difficultés considérables qui tiennent à la décentralisation de l'information nécessaire à l'élaboration de ces politiques.

Dans cet article nous envisageons des politiques dont le financement est assuré par un système linéaire. Nous supposons que le financement du coût de la réduction des rejets de chaque juridiction est assuré par les contributions des juridictions, à l'aval, qui en bénéficient, et que ces contributions sont calculées selon une formule linéaire de partage des coûts qui comporte un élément proportionnel à la réduction des rejets effectuée. En adaptant la notion d'équilibre de partage de coûts introduite par Mas-Colell et Sylvestre (1989) pour les biens publics nous définissons un système de partage des coûts qui conduit à une politique de réduction des rejets optimale et pour lequel la contribution de chaque ville est en relation avec le bénéfice individuel de réduction de la pollution de la rivière permis par la réduction des rejets effectuée en amont. Plus précisément, la contribution marginale de chaque juridiction à une réduction des rejets en amont est égale à sa disposition marginale à payer. Une telle politique est en ce sens conforme au *principe du bénéfice* (ou de l'équivalence) de Lindahl (1919).

La mise en oeuvre d'une telle politique requiert cependant une information très détaillée concernant les bénéfices liés à la réduction de la pollution de la rivière dans chacune des juridictions concernées. Pour résoudre ce problème d'information les autorités publiques peuvent poser toutes sortes de question aux juridictions concernées après leur avoir annoncé l'usage qu'elles feront de cette information pour le calcul de leurs contributions, mais se pose

* ronan.congar@univ-rouen.fr
† jonathan.masson@univ-lehavre.fr

alors le problème de l'utilisation stratégique par les différentes juridictions de l'information qu'elles détiennent de manière privative. Celles-ci auront en effet tendance à utiliser à leur avantage l'information dont elles disposent (on parle alors de *manipulation stratégique de l'information*), et la politique, élaborée sur la base de l'information transmise à l'autorité publique, ne parviendra pas à atteindre son objectif d'allocation optimale des efforts.

Les juridictions n'agissant qu'en fonction de leurs intérêts, elles ne révèleront leur information que si elles y ont un intérêt. Il faut donc concevoir des mécanismes subtils qui les incitent à révéler honnêtement cette information (voir, par exemple, Baliga et Maskin, 2003 et Hurwicz et Reiter, 2006). Nous proposons alors un mécanisme permettant de décentraliser en équilibre de Nash la politique de réduction des rejets d'effluents définie précédemment.

L'article s'organise comme suit. La Section 1 présente le modèle et définit certaines notions utilisées dans la suite de l'article. Dans la Section 2, nous présentons le système linéaire de partage des coûts ainsi que ses principales propriétés. La Section 3, aborde les aspects incitatifs. Nous présentons le mécanisme, basé sur les travaux de Tian (1994), et étudions ses propriétés. Enfin, la Section 4 conclut.

I. Le modèle

Nous adaptons un modèle classique dans l'analyse des pollutions transfrontières (Hoel, 1999 et Mäler, 1989). Soit $N = \{1, \ldots, n\}$ un ensemble de villes linéairement ordonnées de l'amont vers l'aval, avec, par convention $i \leq j$ signifiant que la ville *i* est en amont de la ville *j*. Nous noterons $U_i = \{j \in N : j \leq i\}$ et $D_i = \{j \in N : j \geq i\}$, l'ensemble des villes situées en amont et à l'aval de *i*. Les villes rejettent leurs effluents polluants dans la rivière, ce qui contribue à sa pollution. Nous supposons que la pollution se diffuse unilatéralement de l'amont vers l'aval selon un modèle linéaire. Ainsi, la pollution de la rivière P_i qui, dans la ville *i*, résulte des rejets d'effluents e_j des villes *j* situées à son amont, est donnée par :

$$P_i = \sum_{j \in U_i} a_{ij} e_j, \forall i \in N \qquad (1)$$

où les *coefficients de diffusion* de la pollution a_{ij} sont supposés positifs. Ils traduisent l'accroissement de la pollution de la rivière dans une ville *i* qui résulte d'un accroissement marginal des rejets effectués en amont par la ville *j*. On note $e_N = (e_1, ..., e_n)$ le vecteur des rejets d'effluents effectués par les différentes villes et $P_N = (P_1, ..., P_n)$ le vecteur des pollutions correspondantes dans chacune des villes.

Nous supposons que pour tout $i \in N$, les coefficients a_{ii} sont strictement positifs. Cette hypothèse nous assure d'une correspondance biunivoque entre les rejets d'effluents e_N et la pollution de la rivière P_N. Nous identifierons par la suite les rejets effectués e_N à la pollution correspondante P_N par l'équation (1).

Chaque ville $i \in N$ rejette initialement dans la rivière des effluents strictement positifs $\bar{e}_i > 0$ et la pollution correspondante à ces rejets $\bar{e}_N$ est notée $\overline{P}_N$. Cet état initial peut correspondre à des valeurs réglementaires de rejets dans la rivière ou de qualité de l'eau de la rivière. Nous nous intéressons dans la suite aux programmes de réduction de la pollution de la rivière en deçà de ces valeurs initiales. Soit $E_i \equiv [0, \bar{e}_i]$, pour tout $i \in N$ et $E_N \equiv \times_{i=1}^n E_i$. Un *programme* *de réduction des rejets d'effluents* $e_N \in E_N$ spécifie alors pour chaque ville $i \in N$, la valeur $e_i \in E_i$ à laquelle elle doit réduire ses rejets d'effluents.

Les villes disposent de technologies de dépollution (c'est-à-dire de stations d'épuration) à rendements décroissants leur permettant de réduire leurs rejets d'effluents en deçà de ces valeurs initiales. Pour tout $i \in N$, le *coût de la réduction des rejets* $C_i(e_i)$ de la ville *i* à une valeur $e_i \in E_i$ est donné par une fonction $C_i(e_i): E_i \to \mathbb{R}$ dérivable, décroissante et strictement convexe et telle que $C_i(\bar{e}_i) = 0$ et $C_i'(0) = +\infty$. Les villes disposent par ailleurs d'un *revenu initial* strictement positif $\omega_i > 0$. Pour tout $i \in N$, on pose $\Omega_i \equiv [0, \omega_i]$ et $\Omega_N \equiv \times_{i=1}^{n} \Omega_i$. Les villes peuvent contribuer une partie de leur revenu initial pour financer la réduction de la pollution de la rivière. On note $t_i \in \Omega_i$ la *contribution financière* de la ville *i* à la réduction de la pollution de la rivière et $t_N = (t_1, ..., t_n)$ le vecteur des contributions financières des villes.

Le bien-être de chaque ville *i* est représenté par une fonction $W_i(\omega_i - t_i, P_i)$ qui dépend de son revenu $\omega_i - t_i \geq 0$ et de la pollution P_i qu'elle subit, et que nous supposerons différentiable, strictement décroissante et strictement concave par rapport à t_i et P_i. De plus, pour tout niveau de pollution P_i le bien-être marginal d'un revenu nul est supposé infini, soit $\partial W_i(0, P_i)/\partial t_i = -\infty$. La *disposition marginale à payer* d'une ville $i \in N$ pour une réduction de la pollution P_i qu'elle subit est alors définie par :

$$w_i(\omega_i - t_i, P_i) = \frac{\partial W_i(\omega_i - t_i, P_i)/\partial P_i}{\partial W_i(\omega_i - t_i, P_i)/\partial t_i}$$

Une politique de réduction des rejets d'effluents est un couple $(t_N, e_N) \in \Omega_N \times E_N$ où e_N est un programme de réduction des rejets spécifiant pour chaque ville *i* un niveau $e_i \in E_i$ auquel elle doit réduire ses rejets, et $t_N \in \Omega_N$ est un programme de financement spécifiant la contribution $t_i \in \Omega_i$ de chaque ville *i* au financement de la réduction des rejets.

Une politique de réduction des rejets (t_N, e_N) est *réalisable* si, et seulement si elle satisfait la condition suivante

$$\sum_{i \in N} C_i(e_i) \leq \sum_{i \in N} t_i \qquad (2)$$

En d'autres termes, la somme des contributions demandées aux villes doit permettre de couvrir le coût du programme de réduction des rejets envisagé. Cette condition renvoie au principe d'autonomie budgétaire et financière des agences de l'eau en matière de réduction de la pollution.

Une politique réalisable (t_N^*, e_N^*) est *optimale au sens de Pareto* si, et seulement si, on ne peut pas trouver d'autre politique réalisable qui permette d'améliorer le bien-être d'une ville sans dégrader celui des autres.

Une politique optimale (t_N^*, e_N^*) est alors caractérisée par le respect d'un équilibre budgétaire strict :

$$\sum_{i \in N} C_i(e_i^*) = \sum_{i \in N} t_i^* \qquad (3)$$

ainsi que par la condition suivante :

$$\sum_{i=j}^{n} a_{ij} w_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*) = -C_j^{'}(e_j^*) \forall j \in N \qquad (4)$$

(en supposant un programme de réduction des rejets d'effluent e_N^* intérieur à E_N). De plus, la nature de bien essentiel du revenu nous assure qu'une politique optimale (t_N^*, e_N^*) satisfait la condition $t_i^* < \omega_i$ pour tout $i \in N$. En d'autres termes, le revenu de chaque ville net de sa contribution, sera strictement positif à l'optimum.

La condition (4) est liée à la *nature non-excluable des externalités de pollution* liées aux rejets d'effluents et s'interprète à la manière d'une *condition de Samuelson*. Lorsqu'une ville *j* réduit ses rejets d'effluents dans la rivière, chacune des villes *i* situées à l'aval en retire un bénéfice en termes de réduction de la pollution de la rivière. Le bénéfice en termes de réduction de la pollution P_i de la rivière, que retire la ville $i \in D_j$ d'une réduction marginale des rejets e_j de la ville *j* est représenté par sa disposition marginale à payer $a_{ij} w_i(\omega_i - t_i, P_i)$. L'optimalité d'une politique de réduction des rejets d'effluents requiert donc que dans chaque ville *j* le coût marginal de réduction des rejets $-C_j^{'}(e_j^*)$ soit égal à la somme des bénéfices marginaux que retireront de cette politique les villes *i* situées à l'aval.

II. Le système de financement

Dans cette section nous considérons un système de financement des politiques de réduction des rejets basé sur un partage linéaire des coûts. Le coût de la réduction des rejets de chaque ville située sur la rivière est partagé par les villes en aval selon une formule linéaire qui permet de prendre en compte des transferts proportionnels à la réduction des rejets effectuée dans le financement d'un programme de réduction des rejets. Après avoir défini la notion de partage de coûts linéaire, nous examinons les politiques qui peuvent être déterminées dans ce cadre. Nous recourons pour cela à la notion d'équilibre de partage de coûts linéaire introduite par Mas Colell et Sylvestre (1989) dans le contexte des biens publics et que nous adaptons à celui de la rivière.

Définition 1 Un *partage des coûts linéaire* est un vecteur τ_N de fonctions $\tau_i : E_N \to \mathbb{R}$, $i \in N$, telles que pour tout $e_N \in E_N$:

$$\tau_i(e_N) = \sum_{j \in U_i} [b_{ij} C_j(e_j) + d_{ij}(\bar{e}_j - e_j)] \qquad (5)$$

où pour tout $j \in N, b_{ij} \geq 0$, quel que soit $i \in D_j$ et $\sum_{i \in D_j} b_{ij} = 1$ et $\sum_{i \in D_j} d_{ij} = 0$. On note respectivement *B* et *D* les matrices des coefficients b_{ij} et d_{ij} associés, avec par convention $b_{ij} = 0$ et $d_{ij} = 0$ pour tout $j \in N$ et $i \in U_j \setminus \{j\}$.

Un partage de coûts linéaire répartit directement les coûts de réduction des rejets $C_j(e_j)$ de chaque ville *j* entre toutes les villes *i* situées à son aval selon des parts b_{ij} positives et de somme égale à l'unité. La formule (5) permet aussi de prendre en compte de manière indirecte dans le partage des coûts des transferts compensatoires entre les villes qui sont proportionnels à la réduction des rejets réalisée par la ville considérée. Ainsi, selon que son paramètre de partage de coûts indirect d_{ij} est négatif ou positif, une ville *i* reçoit ou verse un transfert compensatoire $d_{ij}(\bar{e}_j - e_j)$ proportionnel à la réduction des rejets effectuée par la ville *j*, les transferts reçus et versés par les villes *i* partageant le coût $C_j(e_j)$ étant équilibrés.

On vérifie aisément qu'un partage de coûts linéaire satisfait par construction, quel que soit $i \in N$, $\tau_i(\bar{e}_N) = 0$ et pour tout $e_N \in E_N$,

$$\sum_{i \in N} \tau_i(e_N) = \sum_{i \in N} C_i(e_i)$$

En d'autres termes un partage de coûts linéaire assure, dans le financement de la réduction des rejets, un équilibre budgétaire strict et exclut des transferts compensatoires qui seraient indépendants d'une réduction des émissions.

Définition 2 Un *équilibre de partage de coûts linéaire* correspond à la donnée d'une politique de réduction des rejets (t_N^*, e_N^*) et d'une méthode de partage de coûts linéaire τ_N^* tels que pour tout $i \in N$, $t_i^* = \tau_i^*(e_N^*)$, et

$$W_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*) \geq W_i(\omega_i - \tau_i^*(e_N), P_i),$$

pour tout $e_N \in E_N$ tel que $t_i^*(e_N^*) \in \Omega_i$, quel que soit $i \in N$.

En d'autres termes, un partage de coûts linéaire τ_N^* correspond à un équilibre de partage de coûts linéaire, si, étant donné ce partage de coûts, les villes sont *unanimes* quant à la politique de réduction des rejets e_N^* qu'elles désirent.

On retrouve alors dans notre contexte la propriété classique d'équivalence entre les politiques optimales et les politiques d'équilibre de partage de coûts (Mas-Colell et Sylvestre, 1989).

Théorème 1 *Une politique de réduction des rejets d'effluents correspondant à un équilibre de partage de coûts linéaire est optimale.*

Preuve. Soit (t_N^*, e_N^*) une politique et τ_N^* une méthode d'équilibre de partage de coûts. Par définition, pour tout i,

$$W_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*) \geq W_i(\omega_i - \tau_i^*(e_N), P_i) \qquad (6)$$

pour tout $e_N \in E_N$. Supposons qu'il existe une politique réalisable (t_N, e_N) telle que, pour au moins un $i \in N$, $W_i(\omega_i - t_i, P_i) \geq W_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*)$. Alors d'après (6), il vient $W_i(\omega_i - t_i, P_i) > W_i(\omega_i - \tau_i^*(e_N), P_i)$. Ceci implique, le bien-être étant strictement décroissant en t_i, que $t_i < \tau_i^*(e_N)$. Or un partage de coûts linéaire vérifie $\sum_{i \in N} \tau_i^*(e_N) = \sum_{i \in N} C_i(e_i)$. De plus, (t_N, e_N) étant réalisable, on a $\sum_i t_i \leq \sum_i \tau_i^*(e_N)$. Cette dernière inégalité jointe à la précédente implique donc que $t_j > \tau_j^*(e_N)$ et donc que $W_j(\omega_j - t_j, P_j) < W_j(\omega_j - \tau_j^*(e_N), P_j)$ pour au moins un *j*. D'après (6), on obtient alors que $W_j(\omega_j - t_j, P_j) < W_j(\omega_j - t_j^*, P_j^*)$. Il n'est donc pas possible de trouver une politique réalisable qui dominerait au sens de Pareto la politique (t_N^*, e_N^*). *Q.E.D.*

Réciproquement, pour toute politique optimale de réduction des rejets d'effluents, on peut construire un partage de coûts pour lequel cette politique est unanimement préférée par les villes.

Théorème 2 *Toute politique de réduction des rejets d'effluents optimale au sens de Pareto peut être atteinte par un équilibre de partage de coûts linéaire.*

Preuve. Soit (t_N^*, e_N^*) une politique optimale. Elle satisfait à l'équilibre budgétaire $\sum_{i\in N} t_i^* = \sum_{i\in N} C_i(e_i^*)$. De plus, par définition, pour toute politique réalisable (t_N, e_N), on a pour tout $i \in N$:

$$W_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*) \geq W_i(\omega_i - t_i, P_i) \qquad (7)$$

Considérons maintenant une méthode de partage de coûts linéaire τ_N^* satisfaisant $\tau_i^*(e_N^*) = t_i^*$ pour tout *i*, et il est clair qu'il en existe au moins une. La condition (7), implique en particulier que, toute politique (t_N, e_N) telle que $e_N \in E_N$ et $t_i = \tau_i^*(e_N)$ avec $t_i \leq \omega_i$ pour tout *i* satisfait :

$$W_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*) \geq W_i(\omega_i - \tau_i^*(e_N), P_i)$$

En d'autres termes, on peut toujours trouver une méthode de partage de coûts linéaire τ_N^* pour laquelle la politique (t_N^*, e_N^*) est une politique d'équilibre de partage de coûts linéaire. *Q.E.D.*

On peut caractériser plus finement un équilibre de partage de coûts linéaire dans le cas différentiable. En effet, à un équilibre, étant donné le partage de coûts τ_N^*, la réduction des rejets d'effluents e_N^* maximise le bien-être de chaque ville. La condition suivante de maximisation du bien-être est alors satisfaite pour tout $i \in N$:

$$-b_{ij} C_j'(e_j^*) + d_{ij} = a_{ij} w_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*), \forall j \in U_i \qquad (8)$$

Le membre de droite de cette condition représente la contribution marginale de la ville $i \in D_j$ au financement de la réduction des rejets de la ville *j*. Ainsi à l'équilibre, *la contribution marginale de chaque ville au financement de la réduction des rejets d'une ville donnée est égale à sa disposition marginale à payer* pour la réduction des rejets de cette ville. On note $a_{ij} w_i^* = a_{ij} w_i(\omega_i - t_i^*, P_i^*)$, la disposition marginale à payer de la ville *i* pour une réduction des rejets de la ville *j* à l'équilibre. Pour tout j, on obtient donc en sommant sur $i \in D_j$,

$$-\sum_{i\in D_j} \left(b_{ij} C_j'(e_j^*) + d_{ij}\right) = \sum_{i\in D_j} a_{ij} w_i^*$$

Par définition, pour tout *j*, $b_{ij} \geq 0$, quel que soit $i \in D_j$, et $\sum_{i\in D_j} b_{ij} = 1$, et $\sum_{i\in D_j} d_{ij} = 0$. La condition précédente se ramène donc à la condition à la Samuelson (4) qui caractérise l'optimalité de la politique de réduction des rejets obtenue à l'équilibre. En effet, pour tout $j \in N$ on a :

$$-C_j'(e_j^*) = \sum_{i\in D_j} a_{ij} w_i^* \qquad (9)$$

En reportant dans (8), on obtient la relation suivante entre les coefficients directs et indirects de partage de coûts :

$$b_{ij} = \frac{a_{ij} w_i^* - d_{ij}}{\sum_{i\in D_j} a_{ij} w_i^*} \qquad (10)$$

soit encore,

$$d_{ij} = a_{ij} w_i^* - b_{ij} \sum_{i\in D_j} a_{ij} w_i^* \qquad (11)$$

Une agence de l'eau pourra donc choisir de fixer *a priori* les paramètres b_{ij} de partage de coûts directs, les paramètres de partage de coûts indirects d_{ij} seront alors déterminés par la formule (11) à l'équilibre. Elle peut également faire le choix de fixer les paramètres de partage indirects des coûts d_{ij}, les paramètres de partage directs b_{ij} seront alors déterminés à l'équilibre par la formule (10).

Les trois exemples suivants illustrent la grande flexibilité dont dispose dans ce cadre une agence de l'eau pour définir le système de financement :

Exemple 1. En l'absence de transferts compensatoires entre les villes on a, pour tout $j \in N$, $d_{ij} = 0$ quel que soit $i \in D_j$. Alors à l'équilibre pour tout $j \in N$, $b_{ij} = a_{ij} w_i^* / \sum_{i \in D_j} a_{ij} w_i^*$ quel que soit $i \in D_j$. En d'autres termes, à l'équilibre, le coût de la réduction des rejets d'une ville sera réparti entre les villes situées à son aval proportionnellement à leur disposition marginale à payer pour obtenir une réduction des rejets de cette ville. Cet exemple correspond à la notion d'*équilibre de ratio* introduite par Kaneko (1977).

L'existence de transferts compensatoires permet de moduler ce partage de coûts proportionnel aux dispositions marginales à payer. En effet, une ville *i* dont le coefficient d_{ij} est négatif, et qui donc reçoit un transfert compensatoire, supportera une part directe de coût b_{ij} plus élevée,

$$b_{ij} > a_{ij} w_i^* / \sum_{i \in D_j} a_{ij} w_i^*$$

et ce d'autant plus que son coefficient d_{ij} est, en valeur absolue, élevé. De la même manière, une ville qui verse un transfert compensatoire supportera à l'équilibre une part directe du coût d'autant plus réduite que le transfert compensatoire unitaire qu'elle verse est élevé.

Exemple 2 Lorsque les coûts de chaque ville sont directement partagés de manière égalitaire entre les villes en aval, pour tout $j \in N$, $b_{ij} = 1/(n - j + 1)$ quel que soit $i \in D_j$. Alors pour tout $j \in N$,

$$d_{ij} = a_{ij} w_i^* - \frac{1}{(n - j + 1)} \sum_{i \in D_j} a_{ij} w_i^*$$

Le taux unitaire d_{ij} du transfert de la ville *i* est alors égal à l'écart entre sa disposition marginale à payer $a_{ij} w_i^*$ et la moyenne des dispositions marginales à payer des villes. Ainsi une ville dont la disposition marginale à payer pour une réduction des rejets de *j* est supérieure à la moyenne versera un transfert compensatoire, tandis qu'elle recevra un transfert lorsque sa disposition marginale à payer est plus faible que la moyenne.

Exemple 3 Lorsque chaque ville *j* supporte intégralement le coût de la réduction de ses rejets d'effluents, on a $b_{ij} = 1$ si *i*=*j* et $b_{ij} = 0$ sinon. Dans ce cas, $d_{ij} = a_{ij} w_i^*$ si $i \neq j$ et $d_{jj} = -\sum_{i \in D_j \setminus \{j\}} a_{ij} w_i^*$. A l'équilibre, chaque ville *i* située à l'aval strict de la ville *j* lui versera un transfert proportionnel à la réduction de ses rejets. Le taux unitaire du transfert versé par la ville *i* sera égal à sa disposition marginale à payer $a_{ij} w_i^*$ pour une réduction des rejets de la ville *j*.

Ces différents exemples illustrent sous des formes différentes l'application du *principe du bénéfice* de Lindahl (1919) dans le financement des politiques de réduction des rejets d'effluents. Le premier et le troisième exemple illustrent cependant deux alternatives intéressantes en termes de financement. Alors que les coûts de réduction des rejets de chaque ville sont répartis entre les villes situées à l'aval proportionnellement au bénéfice marginal qu'elles en retirent dans le premier cas, dans le troisième exemple chaque ville supporte intégralement le coût de la réduction de ses effluents mais bénéficie d'un subventionnement *proportionnel à son effort de réduction des rejets*. Le subventionnement de l'effort de réduction des rejets est financé par les redevances payées par les villes situées à l'aval pour la réduction des rejets en amont, la *redevance unitaire applicable à chaque ville étant égale à sa disposition marginale à payer*.

III. Institutions et décentralisation

Un mécanisme peut être envisagé comme une procédure de communication (ou d'échange d'information) entre les agents (et une agence) dans le cadre de laquelle les agents envoient des messages à l'agence et où une règle (du jeu) connue de tous les agents spécifie la politique qui sera mise en œuvre par l'agence en fonction des messages reçus des participants. Des hypothèses complémentaires sur le comportement des agents (*i.e.* le concept d'équilibre stratégique) permettent alors de prédire le (ou les) résultat(s), c'est-à-dire le(s) équilibre(s) stratégique(s) induit(s) par la règle. Le problème de la conception de mécanismes consiste donc pour l'agence publique à trouver une règle qui fournisse aux agents de bonnes incitations pour qu'ils choisissent sur la base de leur intérêt individuel d'envoyer les messages qui permettront à l'agence de mettre en œuvre la politique voulue.

Le mécanisme proposé est le suivant. Chaque ville propose à l'agence un système de partage des coûts linéaire ainsi qu'un incrément (positif ou négatif) à la réduction des rejets à réaliser dans chacune des villes situées en amont. Formellement, soit M^i l'*ensemble des messages* qu'une ville *i* peut envoyer à l'agence. Un message $\hat{m}^i$ de la ville *i* est un triplet $\left\langle \hat{B}^i, \hat{D}^i, \hat{\varepsilon}^i \right\rangle$ où $\hat{B}^i$ et $\hat{D}^i$ sont des matrices de coefficients de partage de coûts, respectivement directs et indirects annoncés par *i* (les coefficients de partage directs $\hat{b}^i_{kj}$ annoncés étant positifs et pour tout *j* de somme égale à l'unité et les coefficients de partage indirects $\hat{d}^i_{kj}$ positifs ou négatifs, et de somme égale à zéro), et $\hat{\varepsilon}^i$ est une liste spécifiant un incrément $\hat{\varepsilon}^i_j$ (positif ou négatif) de réduction des rejets pour chaque ville *j* en amont de *i*. On note $M^N \equiv \times_{i=1}^n M^i$ l'espace des messages.

Comme nous l'avons souligné précédemment, l'agence pourra fixer *a priori* les coefficients de partage de coûts directs ou indirects.

À partir de la combinaison de messages $\hat{m} = (\hat{m}^1, ..., \hat{m}^n)$ que lui envoient les villes, l'agence déterminera la politique $\left\langle t_N(\hat{m}), e_N(\hat{m}) \right\rangle$ qui sera mise en œuvre sur les bases suivantes, connues de l'ensemble des participants.

La contribution que devra verser chaque ville est calculée selon la formule suivante :

$$\tau_i(\hat{m}, e_N) = \sum_{j \in U_i} [b_{ij}(\hat{m}) C_j(e_j) + d_{ij}(\hat{m})(\bar{e}_j - e_j)] \quad (12)$$

où les coefficients de partage de coûts directs $b_{ij}(\hat{m})$ et indirects $d_{ij}(\hat{m})$ qui concernent la ville *i* sont déterminés à partir du message de la ville située à son aval immédiat, soit

$$b_{ij}(\hat{m}) = \hat{b}^{i+1}_{ij} \text{ et } d_{ij}(\hat{m}) = \hat{d}^{i+1}_{ij}$$

avec $n+1=1$ par convention. On note respectivement $B(\hat{m})$ et $D(\hat{m})$ les matrices regroupant les coefficients $b_{ij}(\hat{m})$ et $d_{ij}(\hat{m})$ ainsi calculés.

Le programme de réduction des émissions $e_N(\hat{m})$ qui sera mis en œuvre par l'agence est ensuite déterminé de la manière suivante :

$$e_N(\hat{m}) = \min\left\{e_N \in F(\hat{m}) : \left\|e_N - \hat{\varepsilon}_N\right\|\right\}$$

où $\|\cdot\|$ désigne la norme euclidienne, avec

$$\hat{\varepsilon}_j = \sum\nolimits_{i \in D_j} \hat{\varepsilon}_j^i$$

et

$$F(\hat{m}) = \begin{Bmatrix} e_N \in E_N : \sum\nolimits_{j \in N} C_j(e_j) \le \sum\nolimits_{j \in N} \omega_j, \\ \tau_i(\hat{m}, e_N) \le \omega_i, \forall i \in N \end{Bmatrix}$$

L'agence calcule en première approche pour chaque ville *j* une réduction des rejets de ses effluents $\hat{\varepsilon}_j$ en sommant les incréments $\hat{\varepsilon}_j^i$ annoncés. Cependant le programme $\hat{\varepsilon}_N$ ainsi calculé n'est pas nécessairement réalisable. Le cas échéant, l'agence mettra en œuvre le programme $e_N(\hat{m})$ réalisable le plus proche du programme $\hat{\varepsilon}_N$ calculé initialement. L'ensemble $F(\hat{m})$ est l'ensemble des programmes de réduction des effluents qui, sur la base de la formule (12) calculée pour chaque ville, sont réalisables.

Le volet incitatif du mécanisme est représenté par une pénalité calculée pour chaque ville *k* comme suit :

$$\phi_k(\hat{m}) = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \left(\left| \hat{d}_{ij}^k - \hat{d}_{ij}^{k+1} \right| + \left| \hat{b}_{ij}^k - \hat{b}_{ij}^{k+1} \right| \right)$$

La ville *k*, et celle située à son aval immédiat, seront sanctionnées pour toute divergence dans les paramètres de partage de coûts qu'elles annoncent.

Enfin, la contribution $t_i(\hat{m})$, de chaque ville *i*, au financement du programme de réduction des rejets est calculée en appliquant la formule de financement (12) au programme de réduction des rejets $e_N(\hat{m})$ retenu et en y ajoutant la pénalité $\phi_i(\hat{m})$, soit :

$$t_i(\hat{m}) = \tau_i(\hat{m}, e_N(\hat{m})) + \phi_i(\hat{m})$$

On suppose que les villes se connaissent très bien entre elles, mais que l'agence ne dispose pas de cette information. Le résultat attendu lorsque les villes déterminent leurs messages de manière stratégique en *information complète* est alors analysé en recourant aux principes de l'équilibre de Nash.

Définition 3 Une combinaison de message $\hat{m}$ est un *équilibre de Nash* de ce mécanisme si aucune ville n'a intérêt à modifier unilatéralement son annonce $\hat{m}^i$ tant que les autres villes annoncent $\hat{m}^{-i}$. Formellement pour tout $i \in N$ et $m^i \in M^i$,

$$W_i(t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m})) \ge W_i(t_i(m^i, \hat{m}^{-i}), P_i(m^i, \hat{m}^{-i}))$$

($\hat{m}^{-i}$ désigne la combinaison $(\hat{m}^1, ..., \hat{m}^{i-1}, \hat{m}^{i+1}, ..., \hat{m}^n)$ des messages des autres villes que *i*).

Une première propriété de ce mécanisme est d'inciter tous les participants à proposer à l'agence le même système de financement à l'équilibre.

Théorème 3 *À un équilibre de Nash du mécanisme, les coefficients de partage de coûts annoncés seront identiques pour toutes les villes* $\hat{B}^1 = ... = \hat{B}^n$ *et* $\hat{D}^1 = ... = \hat{D}^n$. *Par conséquent pour tout* $j \in N$, $\sum_{i\in D_j} \hat{b}_{ij}^{(i+1)} = 1$ *et* $\sum_{i\in D_j} \hat{d}_{ij}^{(i+1)} = 0$.

Preuve. Supposons par contradiction qu'il y ait une ville $i \in N$ pour laquelle $\hat{B}^i \neq \hat{B}^{i+1}$ et/ou $\hat{D}^i \neq \hat{D}^{i+1}$. Alors, la ville *i* sera pénalisée pour avoir annoncé des coefficients différents de ceux annoncés par la ville *i*+1 à son aval immédiat. Elle a donc intérêt à modifier les coefficients pour annoncer, toutes choses égales par ailleurs, des coefficients $\hat{B}^i$ et/ou $\hat{D}^i$ identiques à ceux $\hat{B}^{i+1}$ et/ou $\hat{D}^{i+1}$ annoncés par la ville *i*+1. De plus, le programme de réduction des émissions $e_N(\hat{m})$ reste réalisable suite à la modification de son annonce. Ceci contredit l'hypothèse selon laquelle les annonces initiales correspondaient à un équilibre de Nash du mécanisme. Donc $\hat{B}^1 = ... = \hat{B}^n$ et $\hat{D}^1 = ... = \hat{D}^n$ et, par conséquent, pour tout $j \in N$, et $\sum_{i\in D_j} \hat{b}_{ij}^{i+1} = 1$ et $\sum_{i\in D_j} \hat{d}_{ij}^{i+1} = 0$. *Q.E.D.*

D'après le Théorème 3, la méthode de partage de coûts $\tau_N(\hat{m})$ définie à l'équilibre par la formule (12) est bien définie au sens où les coefficients retenus vérifient pour tout $j \in N$,

$$\sum_{i\in D_j} b_{ij}(\hat{m}) = 1 \text{ et } \sum_{i\in D_j} d_{ij}(\hat{m}) = 0$$

Nous pouvons maintenant présenter les propriétés de notre mécanisme. Une première propriété du mécanisme est de définir un équilibre de partage de coûts.

Théorème 4 *Le mécanisme proposé définit à l'équilibre une politique* $\langle t_N(\hat{m}), e_N(\hat{m})\rangle$ *qui coïncide avec la politique d'équilibre de partage de coûts associée à une méthode de partage de coût* $\tau_N(\hat{m})$ *dont les coefficients sont* $B(\hat{m})$ *et* $D(\hat{m})$.

Preuve. Soit $\hat{m}$ un équilibre de Nash du mécanisme et $\langle t_N(\hat{m}), e_N(\hat{m})\rangle$ la politique qui en résulte. Soit $\tau_N(\hat{m})$ la méthode de partage de coût linéaire définie à partir des coefficients $B(\hat{m})$ et $D(\hat{m})$. Il est clair que la politique $\langle t_N(\hat{m}), e_N(\hat{m})\rangle$ est réalisable puisque $e_N(\hat{m}) \in F(\hat{m})$. Nous devons montrer que $\langle t_N(\hat{m}), e_N(\hat{m}), \tau_N(\hat{m})\rangle$ est un équilibre de partage de coûts linéaire, au sens où pour tout $i \in N$ et $e_N \in E_N$,

$$W_i(\omega_i - t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m})) \geq W_i(\omega_i - \tau_i(\hat{m}, e_N), P_i)$$

Supposons qu'il existe une ville *i* et un profil de réduction des rejets e_N tel que $\tau_i(\hat{m}, e_N) \leq \omega_i$ et, par contradiction, qui vérifie $W_i(\omega_i - t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m})) < W_i(\omega_i - \tau_i(\hat{m}, e_N), P_i)$. Posons $t_{i\lambda} = \lambda\tau_i(\hat{m}, e_N) + (1-\lambda)t_i(\hat{m})$ et $e_{N\lambda} = \lambda e_N + (1-\lambda)e_N$. En conséquence $P_{N\lambda} = \lambda P_N + (1-\lambda)P_N(\hat{m})$. Les préférences des villes *i* étant concaves par rapport à t_i et P_i, on a alors, quel que soit $0 < \lambda < 1$, $W_i(\omega_i - t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m})) < W_i(\omega_i - t_{i\lambda}, P_{i\lambda})$. De plus, les fonctions de coût de réduction des rejets étant convexes, $\tau_i(\hat{m}, e_{N\lambda}) \leq \omega_i$ et $W_i(\omega_i - t_{i\lambda}, P_{i\lambda}) \leq W_i(\omega_i - \tau_i(\hat{m},, e_{N\lambda}), P_{i\lambda})$. Nous obtenons par conséquent que,

$W_i(\omega_i - t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m})) \leq W_i(\omega_i - \tau_i(\hat{m}, e_{N\lambda}), P_{i\lambda})$ (13) Supposons maintenant que la ville *i* modifie son message $\hat{m}$ et annonce, toutes choses égales par ailleurs, pour chacune des villes *j* situées en amont des incréments de réduction des rejets ε_j^i tels que :

$$\varepsilon_j^i = e_{j\lambda} - \sum_{k \neq j} \hat{\varepsilon}_j^k$$

Soit m^i son nouveau message. Comme $\tau_i(\hat{m}, e_N) < \omega_i$ pour tout *i*, par continuité de la méthode de partage de coûts $\tau_N(\hat{m}, e_N)$ sur E_N, nous aurons aussi pour $e_{N\lambda}$ suffisamment proche de $e_N(\hat{m})$, soit encore pour λ suffisamment proche de zéro, $\tau_i(\hat{m}, e_{N\lambda}) < \omega_i$ pour tout *i*. De plus la modification par *i* de son message n'a aucune influence sur les coefficients de la méthode de partage de coûts.

Donc $\tau_N((m^i, \hat{m}^{-i}), e_{N\lambda}) = \tau_N(\hat{m}, e_{N\lambda})$ et par conséquent pour tout *i*, $\tau_i((m^i, \hat{m}^{-i}), e_{N\lambda}) < \omega_i$. On en déduit que le programme $e_{N\lambda}$ reste réalisable, $e_{N\lambda} \in F(m^i, \hat{m}^{-i})$, et que par conséquent $e_{N\lambda} = e_n(m^i, \hat{m}^{-i})$. En identifiant $t_i(m^i, \hat{m}^{-i}) = \tau_i(\hat{m}, e_{N\lambda})$ et l'inégalité (13) devient alors $W_i(\omega_i - t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m})) \leq W_i(\omega_i - \tau_i((m^i, \hat{m}^{-i}), e_{N\lambda}), P_{i\lambda}(m^i, \hat{m}^{-i}))$; ce qui contredit l'hypothèse que $\hat{m}$ était un équilibre de Nash du mécanisme. *Q.E.D.*

Enfin, le mécanisme proposé permet à une agence de décentraliser tout équilibre de partage de coûts linéaire qu'elle pourrait envisager.

Théorème 5 *Tout équilibre de partage de coûts linéaire peut être décentralisé en équilibre de Nash par le mécanisme proposé.*

Preuve. Soit $\langle \hat{t}_N, \hat{e}_N, \hat{\tau}_N \rangle$ un équilibre de partage de coûts linéaire. On note $\hat{B}$ et $\hat{D}$ les matrices des coefficients de la méthode de partage de coûts $\hat{\tau}_N$ associée. Montrons qu'il existe un équilibre de Nash $\hat{m}$ tel que $t_N(\hat{m}) = \hat{t}_N$, avec $B(\hat{m}) = \hat{B}$ et $D(\hat{m}) = \hat{D}$, et $e_N(\hat{m}) = \hat{e}_N$. Posons pour tout $i \in N$, $\hat{B}^i = \hat{B}$ et $\hat{D}^i = \hat{D}$ et $\hat{\varepsilon}_j^i = \hat{e}_j / (n+1-j)$ si $j \leq i$ et 0 sinon. Nous avons alors bien, d'une part $B(\hat{m}) = \hat{B}$ et $D(\hat{m}) = \hat{D}$, et d'autre part $e_N(\hat{m}) = \hat{e}_N$, par conséquent, $\hat{t}_N = t_N(\hat{m})$. Il nous reste à montrer que la combinaison de messages $\hat{m}$ ainsi construite correspond bien à un équilibre de Nash du mécanisme. On peut noter qu'aucun agent ne peut, par son annonce, influencer les paramètres de partage de coûts $b_{ij}(\hat{m})$ et $d_{ij}(\hat{m})$, $j \in N$, qui entrent dans la formule (12) du calcul de sa contribution. Autrement dit, pour tout $i \in N$, $j \in N$, $b_{ij}(\hat{m}) = b_{ij}(m^i, \hat{m}^{-i})$ et $d_{ij}(\hat{m}) = d_{ij}(m^i, \hat{m}^{-i})$, quel que soit $m^i \in M^i$. De plus, pour tout $i \in N$, et quel que soit son message $m^i \in M^i$, $t_i(m^i, \hat{m}^{-i}) \leq \omega_i$. Supposons maintenant par contradiction qu'un agent $i \in N$ puisse améliorer son bien-être en choisissant un autre message $m^i \in M^i$ que celui $\hat{m}^i$ d'équilibre de Nash, soit :

$$W_i(\omega_i - t_i(m^i, \hat{m}^{-i}), P_i(m^i, \hat{m}^{-i})) > W_i(\omega_i - t_i(\hat{m}), P_i(\hat{m}))$$

Il existerait donc un profil de réduction des émissions $e_N = e_N(m^i, \hat{m}^{-i})$ réalisable tel que $W_i(\omega_i - \hat{\tau}_i(e_N), P_i) >$ $W_i(\omega_i - \hat{t}_i, \hat{P}_i)$; ce qui contredirait l'hypothèse que la politique $\langle \hat{t}_N, \hat{e}_N \rangle$ corresponde à un équilibre de partage de coûts. *Q.E.D.*

Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un cadre pour le financement des coûts de la lutte contre la pollution d'une rivière qui conduit à une allocation optimale des réductions des rejets d'effluents et satisfait au principe du bénéfice de Lindahl, au sens où la contribution marginale de chaque juridiction à la réduction des rejets est égale au bénéfice marginal qu'elle en retire en termes de réduction de la pollution de la rivière. Une agence publique conserve cependant un degré de liberté dans l'élaboration du système de financement et nous avons présenté différentes alternatives envisageables dans notre cadre. Une fois résolue la question de la définition de la politique et de son système de financement, les agences publiques restent confrontées au problème de la décentralisation de l'information nécessaire à sa mise en œuvre. En effet, le calcul du programme de réduction des rejets d'effluents à mettre en œuvre ainsi que le calcul des contributions des villes à son financement exigent une information très détaillées concernant les bénéfices que les différentes villes retireront de la politique et ces dernières pourront avoir un intérêt à utiliser de manière stratégique cette information privée. En réponse à ce problème, nous avons proposé un mécanisme incitatif permettant à une agence de décentraliser la politique de réduction des rejets qu'elle aura définie. Les différentes alternatives envisageables dans le cadre du système de financement proposé ne sont cependant pas neutres sur le plan distributif. Il serait intéressant d'étudier dans la perspective du principe pollueur-payeur, l'influence des différentes alternatives envisageables sur la répartition des coûts de la lutte contre la pollution de la rivière entre l'amont et l'aval. Cette question est un enjeu pour de futures recherches.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BALIGA S., MASKIN E. (2003), "Mechanism Design for the Environment", In K.G. Mäler et J. *Vincent Handbook of Environmental Economics*, vol. 1, North Holland.

HOEL M. (1999), "Transboundary environmental problems", *Handbook of Environmental Economics*, p 472-487.

HURWICZC L., REITER S. (2006), *Designing Economics Mechanisms*, Cambridge University Press.

KANEKO M. (1977), "The ratio equilibrium and a voting game in a public good economy", *Journal of Economics Theory* 16, p 123-136.

LINDAHL E. (1919), "Just taxation-A positive solution", in R.A. Musgrave et A.T. Peacock, *Classics in the Theory of Public Finance*, p 98-123. (Macmillan, London, 1958).

MALER K. G. (1989), "The acid rain game", *Valuation Methods and Policy Making in Environmental Economics*, Amsterdam: Elsevier.

MAS-COLELL A., SILVESTRE J. (1989), "Cost share equilibria: A lindahlian approach" *Journal of Economic Theory* 47,.p 239-256.

ROGERS P. (1997), "International river basins pervasive unidirectional externalities", *The Economics of Transnational Commons*, p 35-73.

TIAN G. (1994), "Implementation of linear cost share equilibrium allocations", *Journal of economic theory* 64, pp 568-584.